

BLOQUE III

RENTAS

Valor financiero ^{o capital} \Rightarrow suma financiera en un determinado momento en el tiempo q , de los capitales financieros que constituyen la renta

$$(Vq, q) = (C_1, t_1) + (C_2, t_2) + \dots + (C_n, t_n)$$

Renta variable en progresión aritmética:

$$a_s = a_n + (s-n) \cdot d \quad \text{ó} \quad a_s = a_{s-1} + d$$

Renta variable en progresión geométrica:

$$a_s = a_n \cdot q^{(s-n)} \quad \text{ó} \quad a_s = a_{s-1} \cdot q$$

Clasificación

- \rightarrow Cuantía
 - \swarrow constantes
 - \searrow Variables
 - \swarrow Variables en progresión aritmética
 - \searrow Variables en progresión geométrica
- \rightarrow Uniformidad términos
 - \swarrow Pospagables
 - \searrow Prepagables
- \rightarrow Medida intervalos
 - \swarrow Discreta
 - \swarrow de período uniforme \rightarrow todos los intervalos misma amplitud
 - \searrow de período no uniforme
 - \searrow continua
- \rightarrow Duración
 - \swarrow Temporales
 - \searrow Perpetua
- \rightarrow Posición punto de valoración
 - \swarrow Inmediata
 - \searrow diferidas
 - \searrow anticipadas
- \rightarrow según certeza
 - \swarrow cierta \rightarrow se conoce todos los elementos
 - \searrow aleatoria \rightarrow no se conocen

* Rentas inmediatas temporales

→ Pospagable

Valor actual $\Rightarrow V_a = V_0 = \sum_{s=1}^n C_s (1+i)^{-s}$

Valor final $\Rightarrow V_f = \sum_{s=1}^n C_s (1+i)^{n-s}$

Relación entre ambos:

$$V_f = V_0 (1+i)^n \Leftrightarrow V_a = V_f (1+i)^{-n}$$

→ Prepagable

Valor actual $\Rightarrow \ddot{V}_0 = \sum_{s=1}^n C_s (1+i)^{-s} \xrightarrow{C_{s+1}}$

Valor final $\Rightarrow \ddot{V}_f = \sum_{s=1}^n (1+i)^{n-(s-1)}$

Relación entre ambos:

$$\ddot{V}_f = \ddot{V}_0 (1+i)^n \Leftrightarrow \ddot{V}_0 = \ddot{V}_f (1+i)^{-n}$$

Relación entre Prepagable y Pospagable

$$\ddot{V}_0 = V_0 (1+i) \quad \ddot{V}_f = V_f (1+i)$$

* Rentas constantes inmediatas

→ Temporal y pospagable

Valor actual $\Rightarrow V_0 = C \cdot a_{\overline{n}|i}$

Valor final $\Rightarrow V_n = C \cdot s_{\overline{n}|i}$

→ Temporal y prepagable

Valor actual $\Rightarrow \ddot{V}_0 = C \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|i}$

Valor final $\Rightarrow \ddot{V}_n = C \cdot \ddot{s}_{\overline{n}|i}$

→ Perpetua y pospagable

Valor actual $\Rightarrow V_0 = C \frac{1}{i}$

No tiene sentido calcular el valor final

→ Perpetua y prepagable

Valor actual $\Rightarrow \ddot{V}_0 = C \frac{(1+i)}{i}$

* Rentas constantes diferidas

→ Temporal y pospagable

Valor actual $\Rightarrow V_0 = C \cdot a_{\overline{n}|i} (1+i)^{-d}$

Valor final $\Rightarrow V_f = C \cdot s_{\overline{n}|i}$

Relación de ambos:

$$V_f = V_0 (1+i)^{d+n}$$

→ Temporal y prepagable

Valor actual $\Rightarrow \ddot{V}_0 = C \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|i} (1+i)^{-d}$

Valor final $\Rightarrow \ddot{V}_f = \ddot{V}_{d+n} = C \cdot \ddot{s}_{\overline{n}|i} \Rightarrow \ddot{V}_f = \ddot{V}_0 (1+i)^{d+n}$

* Rentas constantes anticipadas

→ Temporal y pospagable

Valor actual $\Rightarrow V_0 = C \cdot a_{\overline{n}|i}$ (Igual que inmediata pospagable)

Valor final $\Rightarrow V_f = V_{n+1} = C \cdot s_{\overline{n}|i} (1+i)^1$

→ Temporal y prepagable

Valor actual $\Rightarrow \ddot{V}_0 = C \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|i}$ (Igual que inmediata prepagable)

Valor final $\Rightarrow \ddot{V}_f = \ddot{V}_{n+1} = C \cdot \ddot{s}_{\overline{n}|i} (1+i)^1$

* Rentas variables

- Renta variables en progresión aritmética → la cuantía de cada término se obtiene añadiendo al anterior una determinada cuantía constante o elemento fijo

$$a_s = a_h + (s-h)d$$

→ Temporal inmediata

- Pospagable

$$\text{Valor actual} \Rightarrow A(c, d)_{\overline{n}|i} = \left(c + d \cdot n + \frac{d}{i}\right) a_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i}$$

$$\text{Valor final} \Rightarrow S(c, d)_{\overline{n}|i} = A(c, d)_{\overline{n}|i} (1+i)^n$$

- Prepagable

$$\text{Valor actual} \Rightarrow \ddot{A}(c, d)_{\overline{n}|i} = A(c, d)_{\overline{n}|i} (1+i)$$

$$\text{Valor final} \Rightarrow \ddot{S}(c, d)_{\overline{n}|i} = S(c, d)_{\overline{n}|i} (1+i)$$

$$\text{También se cumple: } \ddot{S}(c, d)_{\overline{n}|i} = \ddot{A}(c, d)_{\overline{n}|i} (1+i)^n$$

→ Perpetua inmediata

- Pospagable

$$\text{Valor actual} \Rightarrow A(c, d)_{\infty|i} = \left(c + \frac{d}{i}\right) \cdot \frac{1}{i}$$

- Prepagable

$$\text{Valor actual} \Rightarrow \ddot{A}(c, d)_{\infty|i} = \left(c + \frac{d}{i}\right) \cdot \frac{1}{i} \cdot (1+i)$$

- Rentas variables en progresión geométrica → cada término se obtiene multiplicado al anterior una constante q

$$a_s = a_h \cdot q^{(s-h)}$$

→ Temporal inmediata

- Pospagable

$$\text{Valor actual} \Rightarrow A(c, q)_{\overline{n}|i} = c \cdot \frac{1 - q^n (1+i)^{-n}}{1+i-iq}$$

$$\text{Valor final} \Rightarrow S(c, q)_{\overline{n}|i} = A(c, q)_{\overline{n}|i} (1+i)^n$$

$$\text{Caso particular } q=1+i \Rightarrow A(c, q=1+i)_{\overline{n}|i} = \frac{c \cdot n}{1+i}$$

- Prepagable

Valor actual $\Rightarrow \ddot{A}(c, q)_{\overline{n}|i} = A(c, q)_{\overline{n}|i} (1+i)$

Valor final $\Rightarrow \ddot{S}(c, q)_{\overline{n}|i} = S(c, q)_{\overline{n}|i} (1+i)$

También se cumple: $\ddot{S}(c, q)_{\overline{n}|i} = \ddot{A}(c, q)_{\overline{n}|i} (1+i)^n$

\rightarrow Perpetua inmediata

- Pospagable

Valor actual $\Rightarrow A(c, q)_{\overline{\infty}|i} = \frac{c}{1+i-q}$ $\begin{matrix} q \geq (1+i) & \text{no existe } V_0 \\ q < (1+i) & \text{existe } V_0 \end{matrix}$

- Prepagable

Valor actual $\Rightarrow \ddot{A}(c, q)_{\overline{\infty}|i} = \frac{c_1}{1+i-q} (1+i)$

* Rentas fraccionadas

La periodicidad del vencimiento de sus términos es inferior a la unidad de tiempo.

El valor final del subperíodo es:

$$F_s = \frac{C_s}{m} S_{\overline{m}|i}^{(cm)} = C_s \frac{i}{j_{cm}}$$

Obteniéndose la renta equivalente

$$\begin{array}{ccccccc} & F_1 & F_2 & F_3 & F_4 & F_5 & F_n \\ \hline 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \dots n \end{array}$$

$$V_a^{(cm)} = \sum_{s=1}^n F_s (1+i)^{-s} = \frac{i}{j_{cm}} \sum_{s=1}^n C_s (1+i)^{-s}$$

Luego la renta correspondiente, es la renta entera cuyos términos se obtienen multiplicando por m los términos de la renta fraccionada.

$$\begin{array}{ccccccc} & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_n \\ \hline 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & n \end{array} \quad \text{donde} \quad C_s = \frac{C_s}{m} \cdot m$$

Luego el valor actual de una renta pospagable fraccionada es:

$$V_0^{(m)} = \frac{i}{j^{(m)}} V_0$$

→ renta cte, temporal, pospagable e inmediata

$$V_a^{(m)} = \frac{i}{j^{(m)}} C a_{\overline{n}|i} \Rightarrow \frac{i}{j^{(m)}} \cdot a_{\overline{n}|i} = a_{\overline{n}|i}^{(m)}$$

$$V_a^{(m)} = C \cdot a_{\overline{n}|i}^{(m)}$$

→ renta variable en prog. aritmética, temporal, pospagable e inmediata

$$A_{(c,d)\overline{n}|i}^{(m)} = \frac{i}{j^{(m)}} \cdot A_{(c,d)\overline{n}|i}$$

→ renta variable en prog. geométrica, temporal, pospagable e inmediata

$$A_{(c,q)\overline{n}|i}^{(m)} = \frac{i}{j^{(m)}} A_{(c,q)\overline{n}|i}$$

→ Relación fraccionada, pospagable con pospagable

$$\ddot{V}_a^{(m)} = V_a^{(m)} (1 + i^{(m)})$$

* Rentas continuas

Aquellas que la amplitud del intervalo es infinitesimal, tiende a cero. Por tanto en rentas fraccionadas, cuando el número de fraccionamientos tiende a infinito, obtenemos una renta continua

$$\bar{V}_a = \lim_{n \rightarrow \infty} V_0^{(m)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{i}{j^{(m)}} V_a$$

$$\text{luego: } \lim_{n \rightarrow \infty} j^{(m)} = \ln(1+i) = K \quad \Rightarrow \quad \bar{V}_a = \frac{i}{K} V_a$$

donde: V_a = valor actual de una renta entre pagos correspondiente

$$K = \ln(1+i)$$